الأستاذ :
M.SENNOUR

تمارين المنطق
أولى باكلوريا علوم (مراجعة)

سلسلة 3

تمرين 1 :

حدد قيمة حقيقة العبارات الأتية :

(p) : $\frac{25}{4} \neq \frac{5}{2}$

(q) : $(-\sqrt{3})^2 = 3$ أو $\sqrt{5} > 2$

(r) : 8 مضاعف للعدد 2 و 5 عدد فردي .

(t) : 10 عدد فردي $\Rightarrow$ $8^2 = 64$

(l) : $\exists x \in \mathbb{R} \ / \ x^2 = -x$

تمرين 2 :

أكتب بإستعمال المكممات العبارات الاتية :

1/ لكل عدد صحيح طبيعي n يوجد عدد صحيح طبيعي m بحيث : $n = 2m$

2/ لكل عدد حقيقي x لدينا $x^2 + 1 \neq 0$

2/ لكل عدد حقيقي x يوجد عدد حقيقي M بحيث : $x < M$

3/ لكل عددين حقيقين x و y يوجد عدد صحيح طبيعي n بحيث : $x + y = n$

تمرين 3 :

إعط نفي العبارات الأتية :

(p) : $(\forall x \in \mathbb{R}) \ (\exists x \in \mathbb{R}) \quad x^2 - mx + 1 = 0$

(q) : $x = y$ أو $x < y$ $\quad (\exists x \in \mathbb{N}) \ (\forall x \in \mathbb{R})$

(s) : $(\forall x \in \mathbb{R}) \quad x + 1 = 0 \Rightarrow x \leq 0$

(l) : $(\forall a \in \mathbb{Z}) \quad a^2 \in \mathbb{Z} \Rightarrow a \in \mathbb{Z}$

(m) : $(\forall x \in \mathbb{R}) \ (\forall y \in \mathbb{R}) \ |xy| = xy \Rightarrow (x+y)^2 \geq x^2 + y^2$

(w) : $x \in \mathbb{Z}$ و $x^2 > 5$ $\quad (\exists x \in \mathbb{R})$

تمرين 4 :

بإستعمال الإستلزام المضاد للعكس ، بين ما يلي :

1/ $x^2 - x \neq y^2 - y \ \Rightarrow \ (x \neq y)$ و $(x + y \neq 1)$ $\quad (\forall y, x \in \mathbb{R})$

2/ $1 + xy \neq x + y \ \Rightarrow \ (x \neq 1)$ و $(y \neq 1)$ $\quad (\forall y, x \in \mathbb{R})$

3/ $\sqrt{1+x} \neq 1 + \sqrt{x} \ \Rightarrow \ x \neq 0 \quad (\forall x \in \mathbb{R}^+)$

4/ $\frac{x-y}{x+y} \neq 7 \ \Rightarrow \ y \neq \frac{-3}{4}x \quad (\forall y, x \in \mathbb{R})$

5/ $\sqrt{1+x} \neq 1 + \frac{x}{2} \ \Rightarrow \ x \neq 0 \quad (\forall x \in [-1, +\infty[)$

6/ $\frac{x}{1+x^2} \neq \frac{y}{1+y^2} \ \Rightarrow \ x \neq y \quad (x > 1)$ و $(y > 1)$

تمرين 5 :

بين بالترجع ان :

1/ $1 + 2 + ... + n = \frac{n(n+1)}{2} \qquad \forall n \in \mathbb{N}^*$

2/ $1+5+9+.....+(4n+1) = (n+1)(2n+1) \qquad \forall n \in \mathbb{N}$

3/ $1^2+2^2+3^2+....+n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} \qquad \forall n \in \mathbb{N}^*$

4/ لكل n من $\mathbb{N}^*$ لدينا :

$$1 \times 2 + 2 \times 3 + ... + n \times (n+1) = \frac{1}{3}n(n+1)(n+2)$$

5/ لكل n من $\mathbb{N}^*$ لدينا :

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + ... + n^3 = \frac{n^2}{4}(n+1)^2$$

6/ نضع $A_n = 3^{2n+1} - 1 \quad (n \in \mathbb{N})$

(a) بين أن $A_{n+1} = 8 \times 3^{2n+1} + A_n$

(b) بين بالترجع أن العدد 2 يقسم A_n