المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية والتكوين المهني
المركز الوطني للتقويم والامتحانات والتوجيه

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
الدورة الاستدراكية 2016
- الموضوع -

β ★★

RS 22

المادة	الرياضيات	مدة الإنجاز	3
الشعبة أو المسلك	شعبة العلوم التجريبية بمسالكها وشعبة العلوم والتكنولوجيات بمسلكيها	المعامل	7

[illegible]

- عدد الصفحات: 3 (الصفحة الأولى تتضمن تعليمات ومكونات الموضوع والصفحتان المتبقيتان تتضمنان موضوع الامتحان) ؛
- يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة ؛
- يمكن للمترشح إنجاز تمارين الامتحان حسب الترتيب الذي يناسبه ؛
- ينبغي تفادي استعمال اللون الأحمر عند تحرير الأجوبة ؛
- بالرغم من تكرار بعض الرموز في أكثر من تمرين ، فكل رمز مرتبط بالتمرين المستعمل فيه ولا علاقة له بالتمارين السابقة أو اللاحقة .

[illegible]

- يتكون الموضوع من أربعة تمارين و مسألة، مستقلة فيما بينها، و تتوزع حسب المجالات كما يلي :

التمرين الأول	المتتاليات العددية	3 نقط
التمرين الثاني	الهندسة الفضائية	3 نقط
التمرين الثالث	الأعداد العقدية	3 نقط
التمرين الرابع	حساب الاحتمالات	3 نقط
مسألة	دراسة دالة عددية و حساب التكامل	8 نقط

- بالنسبة للمسألة ، $\ln$ يرمز لدالة اللوغاريتم النبيري.

التمرين الأول (3 ن)

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بما يلي : $u_0 = 2$ و $u_{n+1} = \frac{1}{16}u_n + \frac{15}{16}$ لكل n من IN

1) أ- بين بالترجع أن $u_n > 1$ لكل n من IN 0.5

ب- تحقق من أن $u_{n+1} - u_n = -\frac{15}{16}(u_n - 1)$ لكل n من IN ثم بين أن المتتالية (u_n) تناقصية . 0.5

ج- استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة . 0.25

2) لتكن (v_n) المتتالية العددية بحيث $v_n = u_n - 1$ لكل n من IN

أ- بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{16}$ و اكتب v_n بدلالة n 1

ب- بين أن $u_n = 1 + \left(\frac{1}{16}\right)^n$ لكل n من IN ثم حدد نهاية المتتالية (u_n) 0.75

التمرين الثاني (3 ن)

نعتبر، في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$، النقطتين $A(1,3,4)$ و $B(0,1,2)$

1) أ- بين أن $\overrightarrow{OA} \wedge \overrightarrow{OB} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$ 0.5

ب- بين أن $2x - 2y + z = 0$ هي معادلة ديكارتية للمستوى (OAB) . 0.5

2) لتكن الفلكة (S) التي معادلتها $x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 6y - 6z + 2 = 0$ 0.5

بين أن مركز الفلكة (S) هو النقطة $\Omega(3,-3,3)$ و شعاعها 5

3) أ- بين أن المستوى (OAB) مماس للفلكة (S) 0.75

ب- حدد مثلوث إحداثيات H نقطة تماس المستوى (OAB) و الفلكة (S) 0.75

التمرين الثالث (3 ن)

1) حل في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2 - 8z + 41 = 0$ 0.75

2) نعتبر ، في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{u},\vec{v})$،النقط A و B و C و Ω التي ألحاقها على التوالي هي a و b و c و ω بحيث $a = 4+5i$ و $b = 3+4i$ و $c = 6+7i$ و $\omega = 4+7i$

أ- احسب $\frac{c-b}{a-b}$ و استنتج أن النقط A و B و C مستقيمية . 0.75

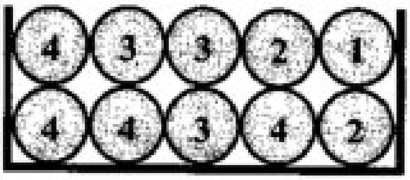
ب- ليكن z لحق نقطة M من المستوى و z' لحق النقطة M' صورة M بالدوران R الذي مركزه Ω و زاويته $-\frac{\pi}{2}$ 0.75

بين أن $z' = -iz - 3 + 11i$

ج- حدد صورة النقطة C بالدوران R ثم أعط شكلا مثلثيا للعدد $\frac{a-\omega}{c-\omega}$ 0.75

[redacted]

يحتوي صندوق على 10 كرات تحمل الأعداد : 1 و 2 و 2 و 3 و 3 و 3 و 4 و 4 و 4 و 4
(لا يمكن التمييز بين الكرات باللمس) .



نعتبر التجربة التالية: نسحب عشوائيا بالتتابع وبدون إحلال كرتين من الصندوق.

1) ليكن A الحدث : " الحصول على كرتين تحملان عددين زوجيين ". | 1

بين أن : $p(A)=\frac{1}{3}$

2) نكرر التجربة السابقة ثلاث مرات بحيث نعيد الكرتين المسحوبتين إلى الصندوق بعد كل تجربة . | 2

ليكن X المتغير العشوائي الذي يساوي عدد المرات التي يتحقق فيها الحدث A

بين أن $p(X=1)=\frac{4}{9}$ ثم حدد قانون احتمال المتغير العشوائي X

[redacted]

I- لتكن g الدالة العددية المعرفة على $]0,+\infty[$ بما يلي : $g(x)=\frac{2}{x}-1+2\ln x$

الجدول جانبه هو جدول تغيرات الدالة g على $]0,+\infty[$

x	0		1		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	
$g(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$g(1)$	$\nearrow$	$+\infty$

1) احسب $g(1)$ | 0.25

2) استنتج انطلاقا من الجدول أن: $g(x)>0$ لكل x من $]0,+\infty[$ | 0.75

II- نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]0,+\infty[$ بما يلي : $f(x)=3-3x+2(x+1)\ln x$

وليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$ (الوحدة : $2\ cm$)

1) بين أن $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} f(x)=-\infty$ و أعط تأويلا هندسيا لهذه النتيجة . | 0.75

2) أ- بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ (لحساب النهاية يمكنك كتابة $f(x)$ على الشكل $f(x)=x\left[\frac{3}{x}-3+2\left(1+\frac{1}{x}\right)\ln x\right]$) | 0.5

ب- بين أن المنحنى (C) يقبل فرعا شلجميا في اتجاه محور الأراتيب بجوار $+\infty$ | 0.5

3) أ- بين أن $f'(x)=g(x)$ لكل x من $]0,+\infty[$ | 0.75

ب- استنتج أن الدالة f تزايدية قطعا على $]0,+\infty[$ ثم ضع جدول تغيرات الدالة f على $]0,+\infty[$ | 0.75

4) أ- بين أن $I(1\ ,\ 0)$ نقطة انعطاف للمنحنى (C) | 0.5

ب- بين أن $y=x-1$ هي معادلة ديكارتية للمستقيم (T) مماس المنحنى (C) في النقطة I | 0.25

ج- أنشئ ، في نفس المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$، المستقيم (T) و المنحنى (C) | 0.75

5) أ- بين أن $\int_1^2\left(1+\frac{x}{2}\right)dx=\frac{7}{4}$ | 0.5

ب- باستعمال مكاملة بالأجزاء ، بين أن $\int_1^2 (x+1)\ln x\,dx=4\ln 2-\frac{7}{4}$ | 0.75

ج- احسب ، ب cm^2 ، مساحة حيز المستوى المحصور بين المنحنى (C) و محور الأفاصيل و المستقيمين اللذين معادلتاهما $x=1$ و $x=2$ | 0.5

6) حل مبيانيا المتراجحة : $(x+1)\ln x\geq\frac{3}{2}(x-1)$; $x\in]0,+\infty[$ | 0.5