★★

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
الدورة الاستدراكية 2017
- الموضوع -

RS 22

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية والتكوين المهني والتعليم العالي والبحث العلمي

المركز الوطني للتقويم والامتحانات والتوجيه

المادة	الرياضيات	مدة الإنجاز	3
الشعبة أو المسلك	شعبة العلوم التجريبية بمسالكها	المعامل	7

تعليمات عامة

- يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة ؛
- يمكن للمترشح إنجاز تمارين الامتحان حسب الترتيب الذي يناسبه ؛
- ينبغي تفادي استعمال اللون الأحمر عند تحرير الأجوبة .

مكونات الموضوع

- يتكون الموضوع من أربعة تمارين و مسألة، مستقلة فيما بينها، وتتوزع حسب المجالات كما يلي :

التمرين الأول	الهندسة الفضائية	3 نقط
التمرين الثاني	حساب الاحتمالات	3 نقط
التمرين الثالث	الأعداد العقدية	3 نقط
التمرين الرابع	المتتاليات العددية	2.5 نقط
المسألة	دراسة دالة عددية و حساب التكامل	8.5 نقط

التمرين الأول : (3 ن)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $\left(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\right)$

نعتبر الفلكة (S) التي معادلتها $x^2+y^2+z^2-2x-2y-2z-1=0$ و المستوى (P) الذي معادلته $y-z=0$

1) أ- بين أن مركز الفلكة (S) هو النقطة $\Omega(1\,,\,1\,,\,1)$ و شعاعها هو 2 — 0.5

ب- احسب $d\left(\Omega,(P)\right)$ و استنتج أن المستوى (P) يقطع الفلكة (S) وفق دائرة (C) — 0.5

ج- حدد مركز و شعاع الدائرة (C) — 0.5

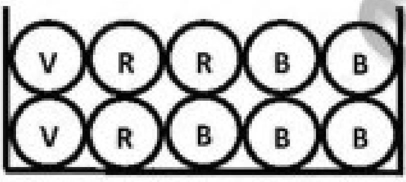
2) ليكن (Δ) المستقيم المار من النقطة $A(1\,,\,-2\,,\,2)$ و العمودي على المستوى (P)

أ- بين أن $\vec{u}(0\,,1\,,-1)$ متجهة موجهة للمستقيم (Δ) — 0.25

ب- بين أن $\left\|\overrightarrow{\Omega A}\wedge\vec{u}\right\|=\sqrt{2}\left\|\vec{u}\right\|$ و استنتج أن المستقيم (Δ) يقطع الفلكة (S) في نقطتين. — 0.75

ج- حدد مثلوث إحداثيات كل نقطة من نقطتي تقاطع المستقيم (Δ) و الفلكة (S) — 0.5

التمرين الثاني : (3 ن)



يحتوي صندوق على 10 كرات لا يمكن التمييز بينها باللمس :
خمس كرات بيضاء و ثلاث كرات حمراء و كرتان خضراوان (انظر الشكل جانبه).
نسحب عشوائيا و في آن واحد أربع كرات من الصندوق.

1) نعتبر الحدث A : " من بين الكرات الأربع المسحوبة توجد كرة خضراء واحدة فقط ". — 1.5

و الحدث B : " من بين الكرات الأربع المسحوبة توجد بالضبط ثلاث كرات من نفس اللون ".

بين أن $p(A)=\dfrac{8}{15}$ وأن $p(B)=\dfrac{19}{70}$

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يربط كل سحبة بعدد الكرات الخضراء المسحوبة.

أ- بين أن $p(X=2)=\dfrac{2}{15}$ — 0.5

ب- حدد قانون احتمال المتغير العشوائي X و بين أن الأمل الرياضي $E(X)$ يساوي $\dfrac{4}{5}$ — 1

التمرين الثالث : (3 ن)

1) حل في مجموعة الأعداد العقدية المعادلة $z^2+4z+8=0$ — 0.75

2) نعتبر، في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{u},\vec{v})$، النقط A و B و C التي ألحاقها على التوالي هي a و b و c بحيث $a=-2+2i$ و $b=4-4i$ و $c=4+8i$

أ- ليكن z لحق نقطة M من المستوى و z' لحق النقطة M' صورة M بالدوران R الذي مركزه A و زاويته $-\dfrac{\pi}{2}$ — 0.5

بين أن $z'=-iz-4$

ب- تحقق من أن النقطة B هي صورة النقطة C بالدوران R و استنتج طبيعة المثلث ABC — 0.75

3) ليكن ω لحق النقطة Ω منتصف القطعة $[BC]$

أ- بين أن $|c-\omega|=6$ — 0.5

ب- بين أن مجموعة النقط M ذات اللحق z بحيث $|z-\omega|=6$ هي الدائرة المحيطة بالمثلث ABC — 0.5

التمرين الرابع : (2.5 ن)

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بما يلي : $u_0 = 17$ و $u_{n+1} = \frac{1}{4}u_n + 12$ لكل n من $\mathbb{N}$

1) أ- بين بالترجع أن $u_n > 16$ لكل n من $\mathbb{N}$ 0.5

ب- بين أن المتتالية (u_n) تناقصية و استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة. 0.5

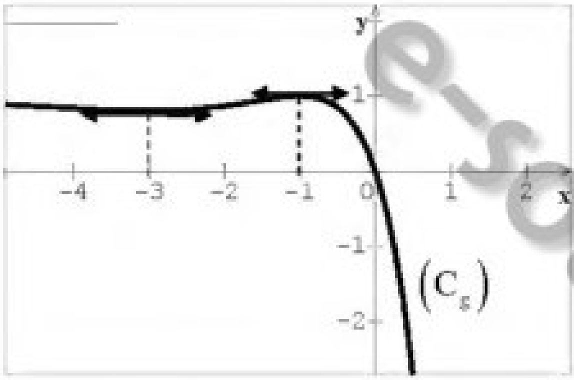
2) لتكن (v_n) المتتالية العددية بحيث $v_n = u_n - 16$ لكل n من $\mathbb{N}$

أ- بين أن (v_n) متتالية هندسية. 0.5

ب- استنتج أن $u_n = 16 + \left(\frac{1}{4}\right)^n$ لكل n من $\mathbb{N}$ ثم حدد نهاية المتتالية (u_n) 0.5

ج- حدد أصغر قيمة للعدد الصحيح الطبيعي n التي يكون من أجلها $u_n < 16{,}0001$ 0.5

المسألة : (8.5 ن)



I) لتكن g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي :

$$g(x) = 1 - (x+1)^2 e^x$$

1) تحقق من أن $g(0) = 0$ 0.25

2) انطلاقا من التمثيل المبياني (C_g) للدالة g (انظر الشكل جانبه) 1

بين أن $g(x) \geq 0$ لكل x من $]-\infty, 0]$

وأن $g(x) \leq 0$ لكل x من $[0, +\infty[$

II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي : $f(x) = x + 1 - (x^2+1)e^x$

و ليكن (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O, \vec{i}, \vec{j})$ (الوحدة : 2 cm)

1) أ- تحقق من أن $f(x) = x + 1 - 4\left(\frac{x}{2}e^{\frac{x}{2}}\right)^2 - e^x$ لكل x من $\mathbb{R}$ ثم استنتج أن $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$ 0.75

ب- احسب $\lim\limits_{x \to -\infty} \left[f(x) - (x+1)\right]$ واستنتج أن المستقيم (D) ذا المعادلة $y = x+1$ مقارب للمنحنى (C_f) بجوار $-\infty$ 0.5

ج- بين أن المنحنى (C_f) يوجد تحت المستقيم (D) 0.25

2) أ- بين أن $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = -\infty$ (يمكنك كتابة $f(x)$ على الشكل $x\left[1 + \frac{1}{x} - \left(x + \frac{1}{x}\right)e^x\right]$) 0.5

ب- بين أن المنحنى (C_f) يقبل بجوار $+\infty$ ، فرعا شلجميا يتم تحديد اتجاهه. 0.25

3) أ- بين أن $f'(x) = g(x)$ لكل x من $\mathbb{R}$ 0.75

ب- بين أن الدالة f تزايدية على $]-\infty, 0]$ و تناقصية على $[0, +\infty[$ ثم ضع جدول تغيرات الدالة f على $\mathbb{R}$ 0.75

ج- بين أن المنحنى (C_f) يقبل نقطتي انعطاف أفصولاهما -3 و -1 0.75

4) أنشئ ، في نفس المعلم $(O, \vec{i}, \vec{j})$، المستقيم (D) و المنحنى (C_f) (نأخذ $f(-3) \approx -2{,}5$ و $f(-1) \approx -0{,}75$) 1

5) أ- تحقق من أن $H : x \mapsto (x-1)e^x$ هي دالة أصلية للدالة $h : x \mapsto xe^x$ على $\mathbb{R}$ ثم بين أن $\int_{-1}^{0} xe^x\,dx = \frac{2}{e} - 1$ 0.5

ب- باستعمال مكاملة بالأجزاء ، بين أن $\int_{-1}^{0} (x^2+1)e^x\,dx = 3\left(1 - \frac{2}{e}\right)$ 0.75

ج- احسب ، ب cm^2 ، مساحة حيز المستوى المحصور بين المنحنى (C_f) و المستقيم (D) و محور الأراتيب و المستقيم الذي معادلته $x = -1$ 0.5