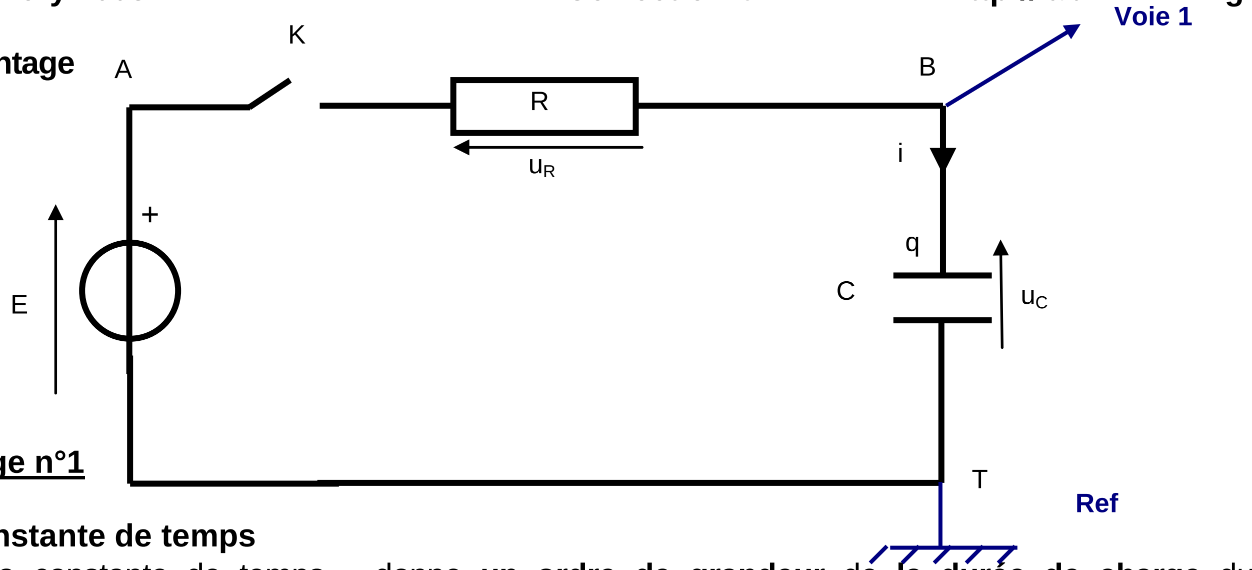
**EXERCICE 3 : Mesure de la valeur de la capacité d'un condensateur (4 pts)**

**Pondichéry 2008** **Correction ©** **http://labolycee.org**

**3.1 Montage**

**(0,25)**




**Montage n°1**

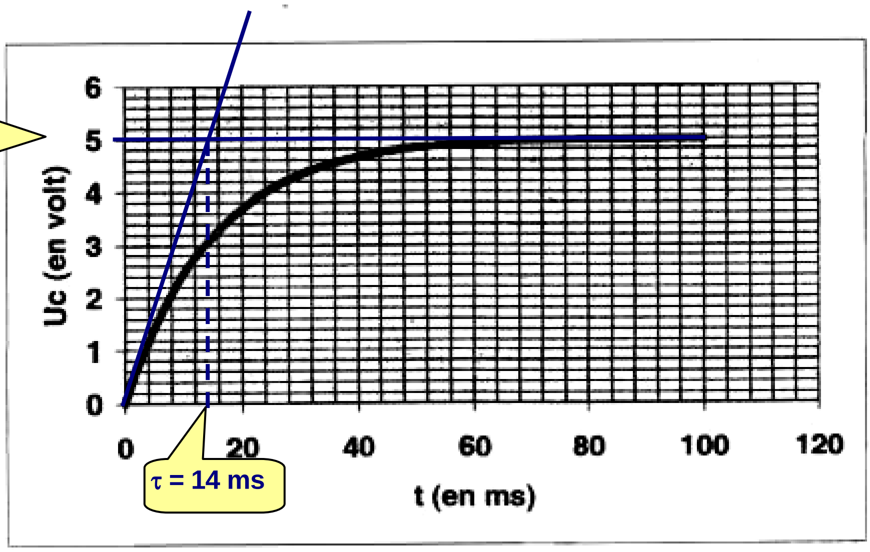
**3.2 Constante de temps**

3.2.1 La constante de temps $\tau$ donne **un ordre de grandeur** de **la durée de charge** du condensateur. *(mais **n'est pas égale à la durée de charge totale du condensateur**)*.

En effet, pour **t = $\tau$**, la tension aux bornes du condensateur est égale **à 63 % de sa valeur maximale** et pour **t = 5$\tau$** le condensateur est **quasiment chargé** $u_C(\tau) \approx E$.

La méthode de **la tangente à l'origine** permet d'estimer l'ordre de grandeur de $\tau$ sans aucun calcul :

**Méthode** :
- on trace l'asymptote horizontale pour $t \to \infty$.
- on trace la tangente à l'origine.
- l'abscisse du point d'intersection entre les deux droites donne la valeur de $\tau$.




**Courbe n°1**

**(0,25)**

Ainsi $\tau$ = 14 ms a pour **ordre de grandeur $10^1$ ms = $10^{-2}$ s**.

**3.2.2 (0,25)** $\tau$ = **R . C**

**3.2.3** Analyse dimensionnelle :

loi d'Ohm : u = R . i donc $[R] = \dfrac{[u]}{[i]}$

$$i = \frac{dq}{dt} = C.\frac{du_C}{dt} \quad \text{soit} \quad C = \frac{i}{\left(\frac{du_C}{dt}\right)} \quad \text{donc} \quad [C] = \frac{[i]}{\frac{[u]}{[t]}} = \frac{[i].[t]}{[u]}$$

$$\text{ainsi : } [\tau] = [R] \,.\, [C] = \frac{[u]}{[i]} \cdot \frac{[i].[t]}{[u]} = [t] = T$$

**(0,25)** $\tau$ est bien homogène à un temps et s'exprime en seconde.

**3.3 Équation différentielle vérifiée par $u_C(t)$**

**3.3.1 (0,25)** D'après loi d'additivité des tensions : $E = u_R + u_C$

**3.3.2 (0,25)** D'après la loi d'Ohm : $u_R = R \cdot i$

**3.3.3 (0,25)** $i = \dfrac{dq}{dt}$

**3.3.4 (0,25)** $q = C \cdot u_c$.

**(0,25)** en reportant dans l'expression de i : $i = \dfrac{d(C.u_c)}{dt} = C.\dfrac{du_c}{dt}$ car C est constante.

**3.3.5** $E = u_R + u_C$

$E = R \cdot i + u_C$

$E = R.C.\dfrac{du_c}{dt} + u_C$

**(0,25)** Avec $\tau = R.C$ on obtient finalement : $\tau.\dfrac{du_c}{dt} + u_c = E$ (1)

**3.4 Propriétés de la fonction** $u_c(t)$

**3.4.1** $u_C(t) = E.[1 - \exp(-\frac{t}{\tau})]$ est solution de l'équation différentielle si $\tau.\dfrac{du_c}{dt} + u_c = E$.

Calculons : $\tau.\dfrac{du_c}{dt} + u_c$

$$\frac{du_c}{dt} = \frac{E}{\tau}.\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$$

$$\tau\frac{du_c}{dt} = E.\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$$

donc : $\tau.\dfrac{du_c}{dt} + u_c = E.\exp\left(-\dfrac{t}{\tau}\right) + E.[1 - \exp(-\frac{t}{\tau})] = E$

**(0,25)** On retrouve bien l'équation (1) donc $u_C(t) = E.[1 - \exp(-\frac{t}{\tau})]$ est bien une solution.

**(0,25)** À t = 0 , $u_C(0) = E.[1 - \exp(0)]$

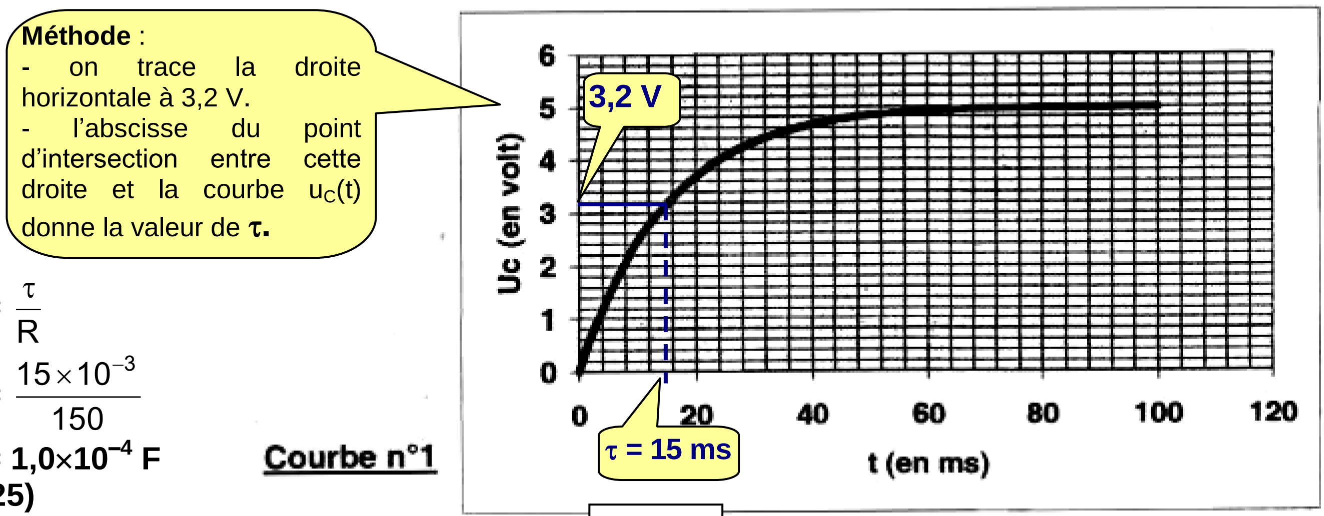
$u_C(0) = E.[1 - 1] = 0$ V : le condensateur est déchargé à t = 0.

**3.4.2** Pour $t = \tau$, $u_C(\tau) = E.[1 - \exp(-1)]$

$$\frac{u_C(\tau)}{E} = [1 - \exp(-1)]$$

**(0,25)** Ainsi $\dfrac{u_C}{E}$ **= 0,63 = 63%.**

**3.4.3** On a : E = 5,1 V donc $\mathbf{u_C(\tau)} = 0,63 \times E = 0,63 \times 5,1 = \mathbf{3,2\ V}$




**Courbe n°1**

(0,25)

$C = \dfrac{\tau}{R}$

$C = \dfrac{15 \times 10^{-3}}{150}$

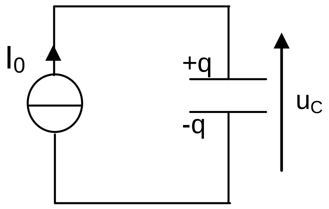
$C = \mathbf{1,0 \times 10^{-4}\ F}$

**(0,25)**

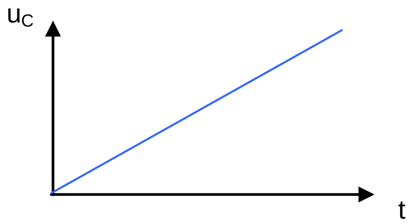
**C = 0,10 mF**

**3.5 Autres mesures de C**
**(0,25)**

Autres méthodes pour mesurer C :




- **charge du condensateur à intensité constante** : on branche le condensateur aux bornes d'un générateur de courant constant d'intensité $I_0$, et on relève la tension aux bornes du condensateur au cours du temps. Le graphe $u_C(t)$ est une droite passant par l'origine de coefficient directeur $\frac{I_0}{C}$.
  La détermination du coefficient directeur et la connaissance de $I_0$ permet d'accéder à C.




*En effet :* $i = \frac{dq}{dt} = I_0$ *donc* $q(t) = I_0 \, . \, t$ *(car* $q(0) = 0$ *C condensateur déchargé) et* $u_C = \frac{q}{C} = \frac{I_0}{C}.t$ .

- **oscillateur LC :** on réalise un circuit LC série avec une bobine d'inductance L connue. La mesure de la période des oscillations, $T_0 = 2\pi.\sqrt{LC}$ , permet de calculer la valeur de C.

Enfin, on peut utiliser un capacimètre ….