Asie 2004	ÉTUDE EXPÉRIMENTALE D'UNE BOBINE (6pts) Correction

1. Détermination expérimentale de l'inductance L de la bobine

1.1. Le GBF délivre une tension alternative triangulaire: le courant i(t) qui circule dans le circuit est triangulaire. Entre les points C et B du graphe i(t) on a une période de i(t) telle que :

$$\mathbf{T} = 1{,}6 - 0{,}60 = \mathbf{1{,}0\ ms = 1{,}0\times10^{-3}\ s.}$$

Or la fréquence f est reliée à T par: $f = \dfrac{1}{T}$

donc: $\mathbf{f} = \dfrac{1}{1{,}0\times10^{-3}} = \mathbf{1{,}0\times10^{3}\ Hz = 1{,}0\ kHz.}$

1.2. Compte tenu du sens du courant choisi, la loi d'Ohm donne : $\mathbf{u_2 = -R.}\boldsymbol{i}$

Pour afficher l'intensité ***i*** à l'écran, il faut créer une nouvelle variable définie par $\boldsymbol{i}\mathbf{ = -u_2 / R}$.

On indiquera au logiciel de traitement des données $\boldsymbol{i}\mathbf{ = -(u_2 / 1{,}0\times10^{4})}$.

1.3. La tension $\mathbf{u_L}$ aux bornes de la bobine est égale à la tension $\mathbf{u_1}$. Compte tenu du sens du courant on a:

$$\mathbf{u_L = r.i + L.}\frac{di}{dt}$$

1.4.1. Quand **l'intensité** dans le circuit est **extrémale** le terme $\dfrac{di}{dt}$ est nul et donc**:** $\mathbf{u_L = r.i.}$

1.4.2. Pour t = 1,6 ms, i est extrémale et donc $\mathbf{u_L = r.i}$ d'où $r = \dfrac{u_L}{i}$.

On lit i = – 400 µA , mais pour u_L la lecture graphique sur la figure 2 est difficile on peut seulement dire que $-50\text{mV} \le u_L \le 0$ mV (*attention échelle à droite*)

On obtient un encadrement pour r: $\dfrac{-50.10^{-3}}{-400.10^{-6}} \ge r \ge 0\ \Omega$

$$1{,}3.10^{2}\ \Omega \ge r \ge 0\ \Omega$$

Cet encadrement de r permet de dire que **r << R**.

1.5. Entre les points C et D, on mesure: $\mathbf{u_L = 0{,}200\ V}$ **.** (*attention échelle à droite*)

D'autre part: $\dfrac{di}{dt} \approx \dfrac{\Delta i}{\Delta t} = \dfrac{i_D - i_C}{t_D - t_C}$

$$\frac{di}{dt} = \frac{[400-(-400)]\times10^{-6}}{(1{,}1-0{,}6)\times10^{-3}} = \frac{8{,}00\times10^{-4}}{0{,}5\times10^{-3}} = \mathbf{1{,}6\ A.s^{-1}}$$ (avec 2 chiffres significatifs.)

On néglige le terme faisant intervenir **r** dans l'expression de $\mathbf{u_L}$ donc: $\mathbf{u_L = L.}\dfrac{di}{dt}$

On en déduit donc la valeur de L, $\mathbf{L} = u_L / \dfrac{di}{dt}$

$$\mathbf{L} = \frac{0{,}200}{1{,}6} = 0{,}125\ \text{H} = \mathbf{0{,}13\ H}$$

1.6. Pour t = 1,6 ms on a: $\mathbf{u_L = r.i} = 12 \times (-400.10^{-6}) = -4{,}8.10^{-3}\ \text{V} = -\mathbf{4{,}8\ mV}$.

Il est impossible de vérifier graphiquement cette valeur avec le graphe donné dans l'énoncé car celui-ci est trop petit. Cependant cette valeur de u_L est compatible avec l'intervalle indiqué en 1.4.2. pour u_L.

2 – Constante de temps d'un circuit RL

2.1. La loi d'additivité des tensions donne: $E = u_L + u$

$$E = r.i + L.\frac{di}{dt} + R'.i$$

En régime permanent, l'intensité du courant est constante (donc $\frac{di}{dt} = 0$) et égale à sa valeur maximale notée I.

L'expression précédente devient $E = r.I + R'.I$

$$E = (r + R').I$$

Donc: $\mathbf{I} = \frac{E}{(r+R')}$

2.2. Graphiquement, sur la figure 4, pour le régime permanent, on lit I légèrement inférieure à 60 mA.

Par le calcul on a: $\mathbf{I} = \frac{6,5}{(12+100)}$ **= 5,8.10^{-2} A = 58 mA**

Les deux valeurs sont donc en accord.

2.3.1. La constante de temps du circuit RL est : $\tau = \frac{L}{R_{Totale}} = \frac{L}{R' + r}$

2.3.2. On peut déterminer graphiquement la valeur de τ en utilisant la méthode de la tangente à l'origine: la tangente à l'origine coupe l'asymptote horizontale I = 58 mA en un point d'abscisse t = τ.

On lit: **τ = 1,1 ms.**

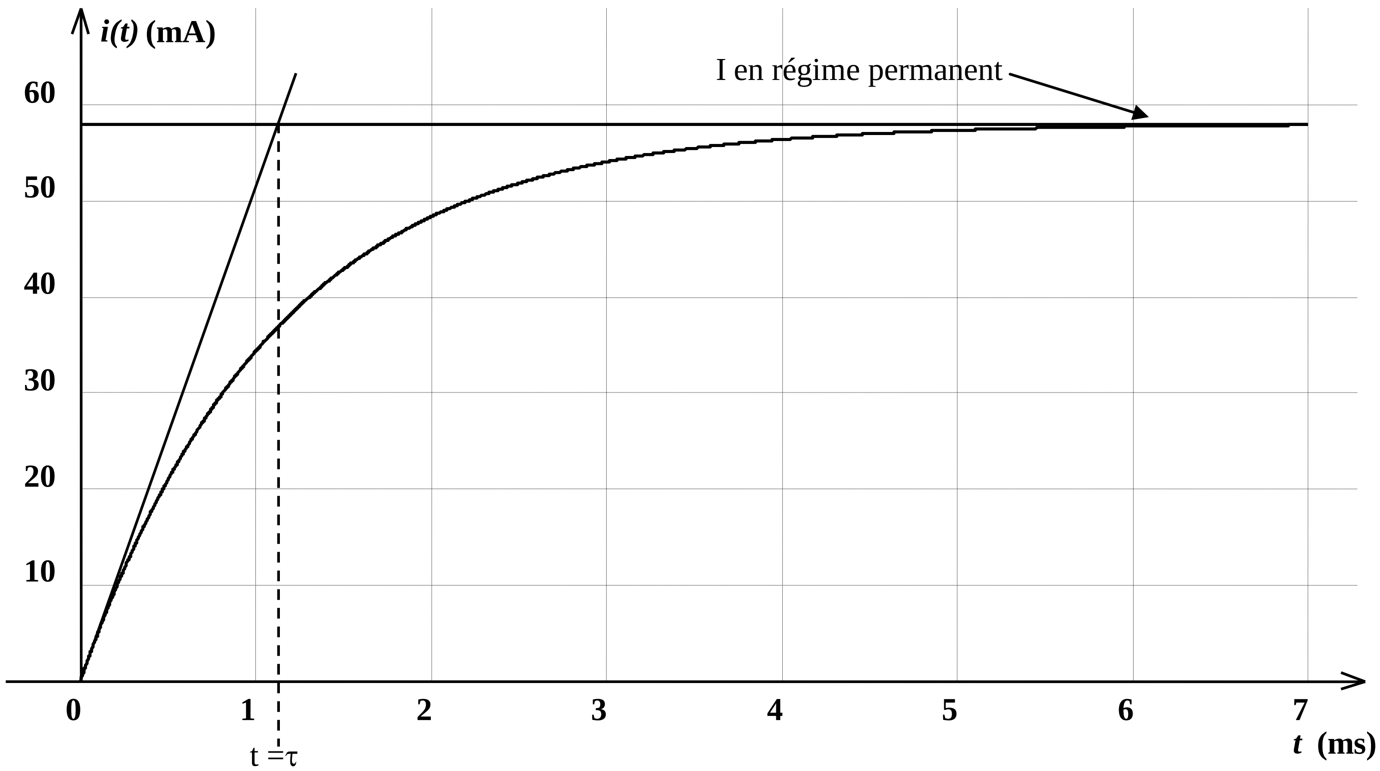

Figure 5

remarque:

En utilisant la constante de temps du circuit RL :

$\tau = L / (r + R') = 0,125 / 112 = 1,116.10^{-3}$ s ≈ 1,1 ms (avec valeur de L calculée au 1.5. non arrondie)

On vérifie donc bien que les deux valeurs de τ sont en accord.

2.4.1. $I' = \dfrac{E}{(r+R')}$

Avec R' = 150 Ω : **I' =** $\dfrac{6,5}{162}$ **= 4,0×10^{-2} A = 40 mA.**

2.4.2. $\tau' = \dfrac{L}{R'+r}$

τ' = $\dfrac{0,125}{162}$ **= 7,7×10^{-4} s = 0,77 ms**

2.4.3. Afin de tracer la nouvelle courbe représentative de i=f(t), nous allons procéder ainsi:
① Tracer l'asymptote horizontale I ' = 40 mA,
② Placer le point de coordonnées (t = 5τ' = 3,9ms ; i = I' = 40 mA),
③ Placer le point de coordonnées (t = τ' = 0,8 ms ; i = 0,63×I' = 25 mA)
④ Utiliser la tangente à l'origine déjà représentée sur la figure 5.

En effet l'expression théorique de i(t) est : $i(t) = \dfrac{E}{(R+r)}.(1-e^{-t/\tau})$ *ou* $i(t) = \dfrac{E}{(R+r)} - \dfrac{E}{(R+r)}.e^{-t/\tau}$

La dérivée a pour expression $\dfrac{di}{dt} = -\dfrac{E}{(R+r)} \times -\dfrac{1}{\tau}.e^{-t/\tau}$

avec $\tau = \dfrac{L}{R+r}$

alors $\dfrac{di}{dt} = \dfrac{E}{(R+r)} \times \dfrac{R+r}{L}.e^{-t/\tau}$

$\dfrac{di}{dt} = \dfrac{E}{L}.e^{-t/\tau}$

Le coefficient directeur de la tangente à la courbe représentative de i=f(t) à la date t = 0 s a pour expression : $\left(\dfrac{di}{dt}\right)_{t=0} = \dfrac{E}{L}$ *donc ce coefficient n'est pas modifié si seule la valeur de R change.*

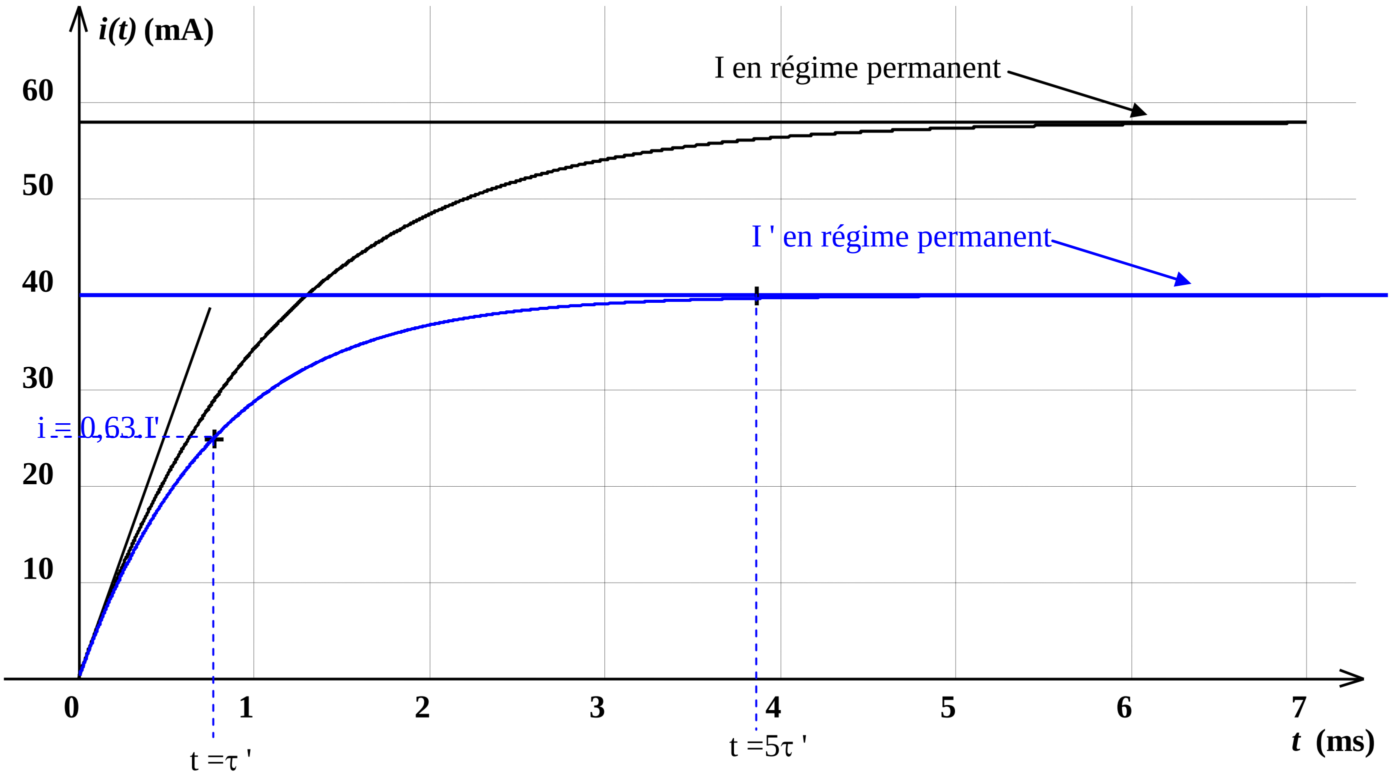

Figure 5