11/ 2003 Nouvelle Calédonie Exercice II. Circuits RL et RLC Correction

1. Étude expérimentale d'un circuit RL

1.1. La courbe représentative de la tension montre que la tension est positive. Il faut mesurer u_{AB}, pour cela on relie la borne « V » au point A et la borne « COM » au point B.

1.2. D'après la loi d'Ohm: $u_{AB} = u_R = R.i$. Donc $i = \frac{u_R}{R}$.

L'intensité du courant est proportionnelle à la tension u_R. La courbe i = f(t) a donc la même allure que $u_R = f(t)$: il s'agit donc de la courbe c.

1.3. Toute bobine s'oppose aux variations de l'intensité du courant qui la traverse. Ici elle retarde l'établissement du courant qui ne passe pas instantanément de 0 à sa valeur maximale.

2. Modélisation et équation différentielle

2.1. D'après la loi d'additivité des tensions dans le circuit : $E = u_R(t) + u_L(t)$ **(1)**

La tension aux bornes de la bobine de résistance interne négligeable a pour expression : $u_L(t) = L.\frac{di}{dt}$

or $i = \frac{u_R(t)}{R}$ d'où $u_L(t) = \left(\frac{L}{R}\right).\frac{du_R(t)}{dt}$

En remplaçant dans l'équation **(1)**, on trouve : $E = u_R(t) + \left(\frac{L}{R}\right)\frac{du_R(t)}{dt}$

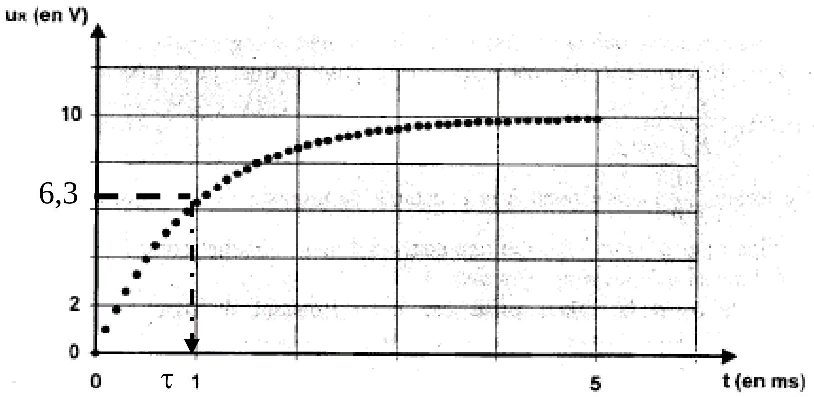
2.2. Analyse dimensionnelle:
La loi d'ohm permet décrire : [U] = [R]×[I]
La tension aux bornes d'une bobine permet d'écrire : $[U] = [L]\times[I]/[T] = [L]\times[I]\times[T]^{-1}$
On en déduit $[U] = [R]\times[I] = [L]\times[I]\times[T]^{-1}$ soit [L]/[R] = [T]
Le rapport L/R a donc les dimensions d'un temps.

2.3. $(u_R)_{max} = 10$ V.
$u_R(\tau) = 0,63\times10 = 6,3$ V
Par lecture graphique, on trouve **τ = 1,0 ms**.

2.4. On a $\tau = \frac{L}{R}$, soit $L = \tau.R$

$L = 1,0.10^{-3}\times1,0.10^{3} = \mathbf{1,0\ H}$

valeur compatible avec celle du fabricant.



3. Résolution numérique de l'équation différentielle par la méthode d'Euler

3.1. $E = u_R + \frac{L}{R}.\frac{du_R}{dt}$ donc $\frac{L}{R}.\frac{du_R}{dt} = E - u_R$

soit $\frac{du_R}{dt} = \frac{R}{L}.(E - u_R) = \frac{1,0.10^3}{1,0}\times(10 - u_R)$

$\frac{du_R}{dt} = \mathbf{1,0.10^3\times(10 - u_R)}$

3.2. * $\frac{du_R}{dt}$ à la date t = 0s on a $u_R = 0$ donc $\left(\frac{du_R}{dt}\right)_{t_0}$ = $1{,}0.10^3 \times 10$ = $\mathbf{1{,}0.10^4}$ **V.s^{-1}**

* $(u_R)_{\Delta t}$ à la date t = Δt:

$$(u_R)_{\Delta t} = (u_R)_{t_0} + (\Delta u_R)_{t_0}$$

$$(u_R)_{\Delta t} = (u_R)_{t_0} + \left(\frac{du_R}{dt}\right)_{t_0}.\Delta t$$

$$(u_R)_{\Delta t} = 0 + 1{,}0.10^4 \times 1{,}0.10^{-4}$$

$$(u_R)_{\Delta t} = \mathbf{1{,}0\ V}$$

* $\frac{du_R}{dt}$ à la date t = Δt: $\left(\frac{du_R}{dt}\right)_{\Delta t}$ = $1{,}0.10^3 \times (10-1{,}0)$ = $\mathbf{9{,}0.10^3}$ **V.s^{-1}**

* $(u_R)_{2\Delta t}$ à la date 2Δt:

$$(u_R)_{2\Delta t} = (u_R)_{\Delta t} + (\Delta u_R)_{\Delta t}$$

$$(u_R)_{2\Delta t} = (u_R)_{\Delta t} + \left(\frac{du_R}{dt}\right)_{\Delta t}.\Delta t$$

$$(u_R)_{2\Delta t} = 1{,}0 + 9{,}0.10^3 \times 1{,}0.10^{-4} = \mathbf{1{,}9\ V}$$

date	Valeur de $(u_R)_t$ en V	Valeur de $\left(\frac{du_R}{dt}\right)_t$
$t_0 = 0$ s	$(u_R)_{t_0} = 0$	$\left(\frac{du_R}{dt}\right)_{t_0} = 1{,}0.10^4$
t = Δ t	$(u_R)_{\Delta t} = 1{,}0$	$\left(\frac{du_R}{dt}\right)_{\Delta t} = 9{,}0.10^3$
t = 2 Δt	$(u_R)_{2\Delta t} = 1{,}9$	

3.3. Une augmentation du pas augmenterait l'écart entre le nuage de point obtenu par la méthode d'Euler et la courbe expérimentale.

<u>4. Étude du circuit oscillant</u>

4.1. La diminution d'amplitude est due à la résistance interne de la bobine. Il y a dissipation d'énergie sous forme de chaleur en raison de l'effet Joule).

4.2. La pseudo-période vaut **T = 20 ms**.

4.3. La pseudo-période ayant même valeur que la période propre, on a :

$T = T_0 = 2\pi\sqrt{L.C}$

$T^2 = 4\pi^2.L.C$

$C = \frac{T^2}{4\pi^2.L}$

$C = \frac{(20.10^{-3})^2}{4\times10\times1{,}0} = \frac{400.10^{-6}}{40} = 10.10^{-6}$ F

C = 10 µF Valeur égale à celle du fabricant.

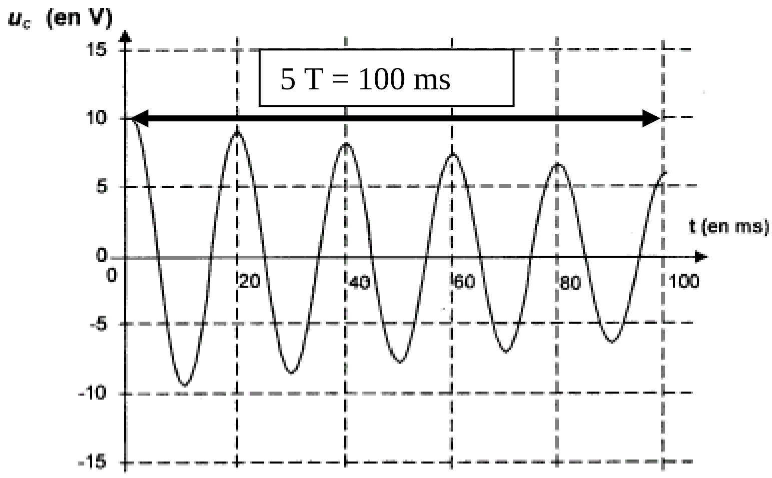


figure 5