09/2003 Polynésie Le condensateur dans tous ses états 5,5 points *calculatrice autorisée*

Cet exercice se propose d'étudier le comportement d'un condensateur.

1ère partie

On réalise le circuit ci-contre (*schéma n°1*) constitué d'un générateur de courant, d'un condensateur, d'un ampèremètre, et d'un interrupteur. Le condensateur est préalablement déchargé, et à la date t = 0 s, on ferme l'interrupteur K. L'ampèremètre indique alors une valeur constante pour l'intensité I = 12 µA.

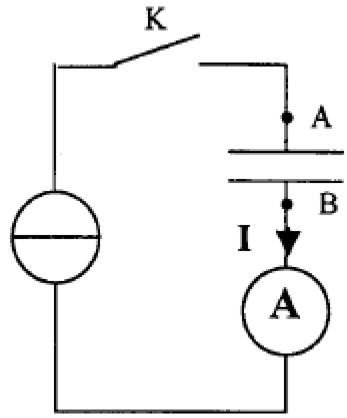


Schéma n°1

Un ordinateur muni d'une interface (non représenté) relève, à intervalles de temps réguliers, la tension u_{AB} aux bornes du condensateur. Les résultats sont les suivants :

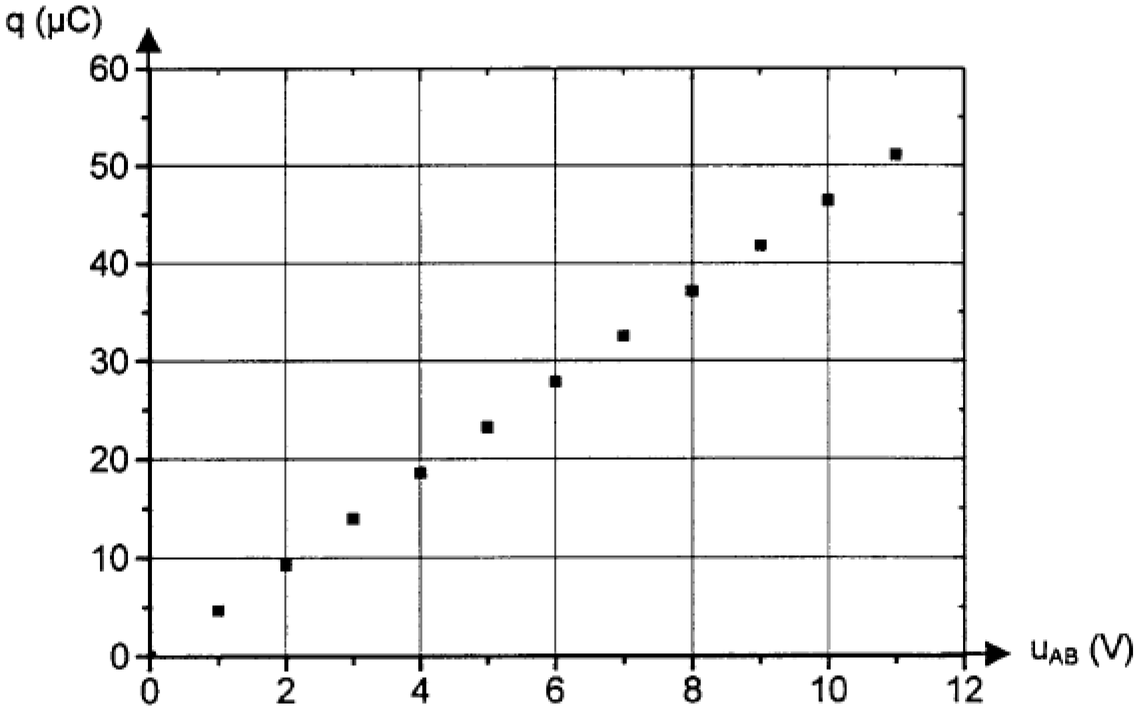
t (s)	0	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0
u_{AB} (V)	0,00	1,32	2,64	4,00	5,35	6,70	7,98	9,20	10,6

Questions

1.1. Rappeler la relation permettant de calculer la charge q du condensateur en fonction de I.
Calculer q à la date t = 3,0 s.

1.2. On a représenté (*graphe n°1*) la courbe donnant la charge q du condensateur en fonction de u_{AB}
Déterminer à partir de cette dernière, par une méthode que l'on explicitera, la valeur de la capacité C du condensateur.

1.3. La valeur indiquée par le constructeur est C = 4,7 µF à 10 % près. La valeur obtenue est-elle en accord avec la tolérance du constructeur ?

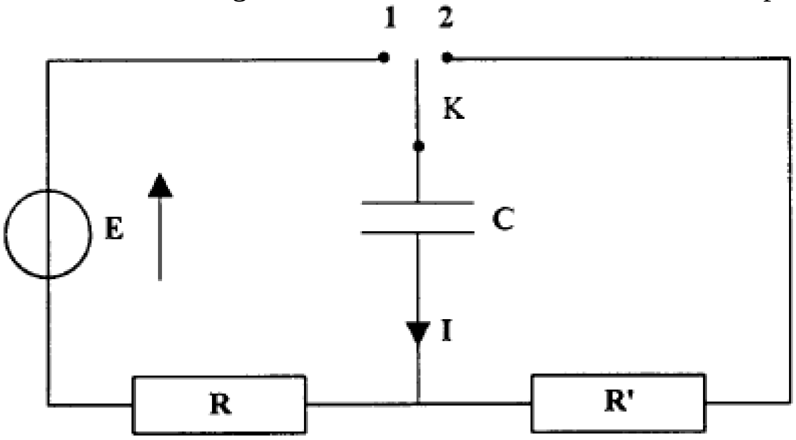


graphe n°1

2ème partie

On étudie maintenant la charge et la décharge d'un condensateur à travers un conducteur ohmique. Pour cela, on réalise le montage suivant (*schéma n°2*).

Le condensateur est initialement déchargé, et à la date t = 0 s, on bascule l'interrupteur en position 1.



Données : R = 2,2 kΩ ; C = 4,7 μF ; R' = 10 kΩ

Questions

2.1. Établir l'équation différentielle $E = RC\dfrac{du_C}{dt} + u_C$ vérifiée par la tension u_C aux bornes du condensateur pendant la phase de charge.

2.2. La solution analytique de cette équation est de la forme : $u_C = A(1 - e^{-\alpha . t})$, compte tenu de la condition initiale relative à la charge du condensateur.
En vérifiant que cette expression est solution de l'équation différentielle, identifier A et α en fonction de E, R, C.

2.3. À partir graphe n°2, déterminer la valeur E.

2.4. La méthode d'Euler permet de calculer, pas à pas, les valeurs de u_C et de $\left(\dfrac{du_C}{dt}\right)$ à intervalles de temps réguliers choisis Δt. Si Δt est considéré comme suffisamment petit dans le cadre de l'expérience, on peut écrire :

$u_C(t + \Delta t) = u_C(t) + \left(\dfrac{du_C}{dt}\right)_t \times \Delta t$. On choisit Δt = 1 ms.

a) A l'aide de l'équation différentielle établie à la question **2.1.**, déterminer la valeur initiale de la dérivée notée : $\left(\dfrac{du_C}{dt}\right)_0$.

b) En appliquant la méthode d'Euler, compléter le tableau suivant (à refaire sur la copie) :

t (ms)	0	1	2	3
u_C (t) (…….)	0			
$\dfrac{du_C}{dt}$ (………)				

2.5. Sur le graphe 2, on a représenté trois courbes :

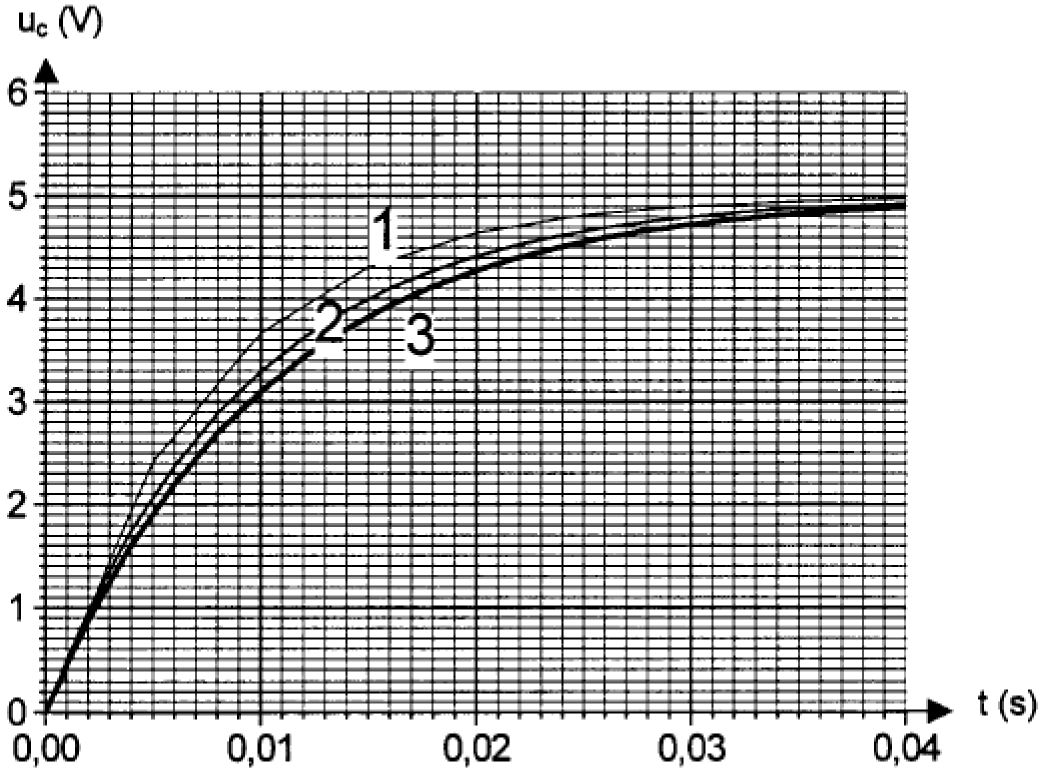
- Courbe n°1 : courbe obtenue par la méthode d'Euler avec un pas $\Delta t = 5$ ms,
- Courbe n°2 : courbe obtenue par la méthode d'Euler avec un pas $\Delta t = 2$ ms,
- Courbe n°3 : représentation de la solution analytique de l'équation différentielle.

a) Quelle est l'influence du pas Δt, utilisé dans la méthode d'Euler ?

b) Quels sont les avantages et les inconvénients d'avoir un Δt très grand ou très petit ?

c) Qu'entend-on à la question **2.4.** , par "Si Δt est considéré comme suffisamment petit dans le cadre de l'expérience" ?

2.6. Définir la constante de temps du circuit. Déterminer sa valeur à partir du graphe n°2 par une méthode que l'on explicitera. En déduire une nouvelle valeur expérimentale de C et la comparer à la valeur nominale.



graphe n°2

2.7. On bascule alors l'inverseur en position 2. En justifiant, répondre par vrai ou faux aux affirmations suivantes :

a) La durée de la décharge du condensateur est supérieure à celle de la charge.

b) La constante de temps du circuit lors de la décharge est égale à (R + R').C.